



MÉTODO DE VIAS

Method of routes

Fecha de presentación: 18 de diciembre de 2015.

Fecha de aceptación: 28 de diciembre de 2015.

Omar Mireles Loera

Doctor en Ciencias en Biosistemática, Ecología y manejo de Recursos Naturales y Agrícolas. Por la Universidad de Guadalajara, México. Physics.

Samuel Roberto Rodríguez Mondragón

Técnico Mecánico Industrial, por la Escuela Politécnica. Physics

*“La mente que se abre a una
nueva idea, jamás volverá a
su tamaño original”*

De Albert Einstein

Resumen

En este trabajo se propone un método para inferir la rapidez máxima que puede tener un vehículo tomando como referencia un movimiento previo en trayectoria circular, esto para poder establecer con una mayor precisión física y mejor apego al método científico los valores de frontera máxima, los cuales se utilizarán a futuro como cota máxima a la hora de realizar el cálculo de la rapidez de un vehículo con cualquier técnica criminalística en materia de hechos de tránsito terrestre.

Palabras clave

rapidez, velocidad, aceleración, segunda Ley de Newton.

Abstract

This paper presents a method to infer the maximum speed that can be a vehicle by reference to a previous move in a circular path is proposed that in order to establish with greater precision and better physical attachment to the scientific method maximum boundary values, which be used in the future as peak when the calculation of the speed of a vehicle with any forensic technical facts concerning land transit.

Keywords

Speed, acceleration, Newton's second law.

INTRODUCCION

Es muy común que, con los únicos datos del momento del percance, con los que cuenta el perito salgan de los testimonios de los testigos y de los partes oficiales. A partir de ahí, el perito en Hechos de Tránsito debe de aplicar técnicas de ingeniería inversa para poder reconstruir la línea de tiempo (al menos de segundos antes) del percance.

Entre los datos que se pueden considerar de mucho valor para poder determinar responsabilidades después de un percance vial está el de la rapidez de impacto (o rapidez final), así como la distancia que recorrió antes del impacto. Para lograr esto se pueden utilizar métodos de energía y deformaciones, los cuales requieren de un conocimiento profundo de dinámica y cinemática para poder interpretar correctamente los resultados, así como de resistencia de materiales. Como una alternativa a estos métodos y como una primera aproximación a las máximas velocidades posibles antes del percance se propone el método de vías.

El método de vías analiza la velocidad máxima posible que alcanza un vehículo (sin considerar modelo ni características del motor) y tiene la intención de establecer “un mapeo” de las máximas velocidades posibles con respecto a la morfología de las vialidades y la dirección del movimiento.

Sin embargo, debemos de tener presente que para utilizar este método debemos de construir un panorama idealizado donde el vehículo se mueve con aceleración constante y dentro del cual caerá nuestro “caso real” si la distancia que se analiza es pequeña.

FUNDAMENTO

La fundamentación del Método de Vías se basa en el análisis de la cantidad de carriles posibles por los que puede circular un vehículo y la velocidad máxima a la que se puede tomar una curva desde la óptica de cada carril. Por ejemplo, en una vialidad de dos sentidos un automóvil puede circular por cualquiera de los dos carriles, sin embargo, una motocicleta puede circular por esos dos carriles y por la zona central dando así tres posibles carriles de circulación. Ya que existen leyes físicas estrictas para ingresar a una curva, podemos determinar la velocidad de salida y así crear un mapa de velocidades a partir de esta velocidad de salida como referencia inicial, y considerando que el vehículo tiene una aceleración constante para determinar la velocidad final en un punto cercano a la curva.

ECUACIONES

MOVIMIENTO RECTILINEO

Ya que estamos considerando que los vehículos se mueven con

aceleración constante, deduciremos las ecuaciones generales del movimiento para este caso (que en distancias cortas¹ es el imperante), dando importancia a la rapidez final y distancia final.

Rapidez final

La aceleración en física está definida como el cambio de la velocidad que tiene un vehículo en un determinado tiempo

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

donde $\Delta v = v_f - v_i$

siendo:

a = aceleración

Δv = cambio de velocidad

Δt = intervalo de tiempo

v_f = rapidez final

v_i = rapidez inicial

Esta ecuación la podemos reescribir expandiendo sus términos, quedando

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

De esta ecuación el término v_i representa la rapidez inicial del vehículo, la que a futuro llamaremos v_o . v_f es la rapidez final (que por lo general es la que nos interesa determinar en un peritaje), y a futuro la llamaremos simplemente v . t_f es el tiempo final al que llamaremos en adelante solo t y t_i lo consideramos como 0 (esto porque siempre vamos a considerar que nuestro movimiento comienza en un tiempo 0 y termina de manera indistinta en un tiempo t , solo por comodidad).

Lo que deja la ecuación anterior como:

$$a = \frac{v - v_o}{t} \quad (1)$$

Si queremos obtener una fórmula para determinar la rapidez final de un vehículo que se mueve con aceleración constante solo debemos despejar v de la ecuación anterior, lo que da:

$$v = v_o + at$$

Lo anterior se puede ver de forma más clara en la figura 1.

1 Que tan corta es la distancia que se puede considerar como de aceleración constante depende de datos específicos de la potencia del motor del vehículo analizado.

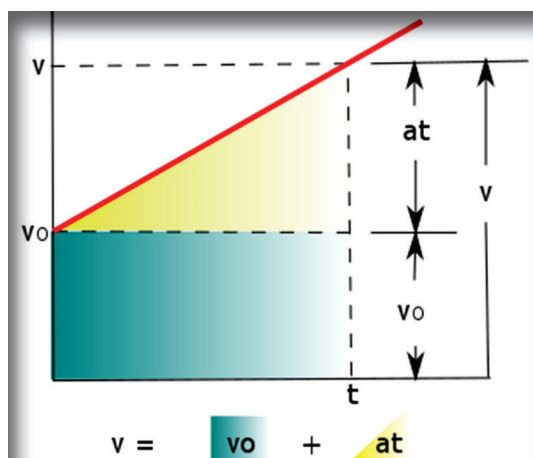


FIGURA 1. Gráfica de rapidez vs tiempo para movimiento con aceleración constante.

En la figura 1 se puede observar el movimiento de un vehículo en un tiempo corto. En este caso el vehículo tiene una rapidez inicial v_0 diferente de cero, lo que significa que se está analizando su movimiento cuando él ya se está moviendo. El área de color verde corresponde a su rapidez inicial con respecto al tiempo y el área de color amarillo corresponde al cambio de su rapidez de forma constante (por eso la línea roja es una recta. Si su aceleración no es constante sería una curva). La velocidad final es la suma de la velocidad inicial más el cambio de velocidad en el tiempo.

Distancia final

Para determinar la distancia final (o en su caso el intervalo de distancia) que el vehículo recorrió vale la pena repasar el concepto de rapidez media.

Realmente cuando analizamos el movimiento de un vehículo por lo general estamos trabajando con promedios de rapidez y distancia (salvo que utilicemos herramientas de cálculo diferencial e integral). Eso significa que por lo general analizamos varios puntos del recorrido formando intervalos y calculamos la rapidez entre cada intervalo, considerando que la rapidez entre cualquier punto adentro de este intervalo es igual. Entre más pequeño sea el intervalo más exactitud obtendremos en nuestros cálculos.

Una forma para obtener la rapidez media entre dos puntos la podemos encontrar con la fórmula

$$v_{med} = \frac{(x - x_0)}{t} \quad (3)$$

Donde

v_{med} = rapidez media entre dos puntos.

x = distancia final (en un recorrido en el eje x)

x_0 = distancia inicial (es un recorrido en el eje x)

t = tiempo total del recorrido

Esta fórmula me dice que si considero el intervalo de distancia que corrió el vehículo entre el tiempo que le tomo recorrer dicha dis-

tancia obtendré la rapidez entre esos dos puntos (una rapidez promedio).

Otra forma de obtener el promedio de velocidades es utilizar técnicas estadísticas, y estas se basan en el hecho de que el promedio de rapidez entre dos puntos es la suma de las dos velocidades divididas entre dos.

$$v_{med} = \frac{v_0 + v}{2} \quad (4)$$

Ya que ambas expresiones (la 3 y la 4) hablan de velocidades medias, las puedo igualar

$$\frac{x - x_0}{t} = \frac{v_0 + v}{2}$$

En la expresión anterior se puede observar que si desajamos para x obtendríamos una fórmula que nos permitiría saber la distancia final, sin embargo, tenemos el problema de la presencia de la rapidez final en la misma fórmula. Ya que no es correcto tener una ecuación con dos incógnitas (suponiendo que todavía no sabemos la rapidez final ni la distancia final), nos conviene sustituir la rapidez final en esta expresión por la que se obtuvo en la expresión 2, y así dejar todo en términos de la rapidez inicial, dando

$$\frac{x - x_0}{t} = \frac{v_0 + (v_0 + at)}{2}$$

Sumando la rapidez inicial queda

$$\frac{x - x_0}{t} = \frac{2v_0 + at}{2}$$

Ahora despejamos el tiempo del lado izquierdo hacia el derecho, dando

$$x - x_0 = \frac{2v_0t + at^2}{2}$$

Despejando la distancia inicial y simplificando la fracción, finalmente queda

$$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (5)$$

Rapidez final independiente del tiempo

La expresión 2 y la expresión 5 nos hablan de rapidez final y distancia final respectivamente, sin embargo, ambas expresiones son dependientes del

tiempo, eso significa que el perito debe de saber cuánto tiempo paso en que el vehículo se encontraba en un punto y paso a otro para poder aplicarlas. En la práctica no es muy común que se cuenten con datos temporales, por ese motivo es importante que determinemos una expresión para la velocidad final que sea independiente del tiempo. Para esto tomaremos la expresión 5 pero analizaremos toda la distancia recorrida, no solo el punto final

$$x - x_o = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

Aquí se puede observar que al lado derecho de la ecuación quedan los términos temporales. Para poder eliminar estos términos debemos de encontrar una expresión para el tiempo en términos de la aceleración constante, esto se logra despejando el tiempo de la expresión 1

$$t = \frac{v - v_o}{a}$$

Este término lo sustituimos quedando

$$x - x_o = v_o \left(\frac{v - v_o}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_o}{a} \right)^2$$

Lo que me da una ecuación sin la presencia del tiempo.

Para extraer una fórmula más amigable de la rapidez final de esta expresión debemos de simplificar, comenzando por desarrollar el término al cuadrado.

$$x - x_o = v_o \left(\frac{v - v_o}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v^2 - 2vv_o + v_o^2}{a^2} \right)$$

Multiplicando ambas expresiones por $2a$ se obtiene

$$2a (x - x_o) = 2v_o (v - v_o) + v^2 - 2vv_o + v_o^2$$

Simplificando el producto del lado derecho obtenemos

$$2a (x - x_o) = 2vv_o - 2v_o^2 + v^2 - 2vv_o + v_o^2$$

Simplificando lo anterior queda

$$2a (x - x_o) = -v_o^2 + v^2$$

Reacomodando finalmente queda:

$$v^2 = v_o^2 + 2a (x - x_o) \quad (6)$$

Lo que ya representa una expresión para la rapidez final independiente del tiempo.

MOVIMIENTO EN UN CÍRCULO

Anteriormente deducimos una serie de ecuaciones que describen el movimiento de un vehículo cuando su aceleración es constante, sin embargo, esas ecuaciones sirven cuando el vehículo se mueve en línea recta. En el caso de que el vehículo esté involucrado en movimiento circular, esas ecuaciones pierden valor y nos obliga a deducir otras expresiones adecuadas para estos casos.

Iniciaremos deduciendo la ecuación para la aceleración radial en el caso de curvas sin peralte.



Figura 2. A toda curva se le puede asociar un círculo del cual dependen los parámetros físicos de la dinámica del vehículo al entrar en ella.

Aceleración Radial

Cuando un vehículo se mueve en un círculo con rapidez constante, tiene un movimiento circular uniforme. En este caso, no hay componente de la aceleración paralela (tangente) a la trayectoria; si la hubiera, la rapidez cambiaría. La componente perpendicular (normal) a la trayectoria, que causa el cambio de dirección de la rapidez tiene una relación sencilla con la rapidez del vehículo y el radio del círculo.

En el movimiento circular uniforme la aceleración siempre es perpendicular a la velocidad; al cambiar la dirección de ésta, cambia la de la aceleración. El vector aceleración en cada punto de la trayectoria apunta al centro del círculo (figura 3).

Para analizar la aceleración radial vamos a analizar el comportamiento de la velocidad en dos puntos diferentes de la misma trayectoria (figura 4).

En el diagrama anterior se puede observar el vector velocidad, v_1 , en el punto, P_1 , y el vector velocidad, v_2 ,

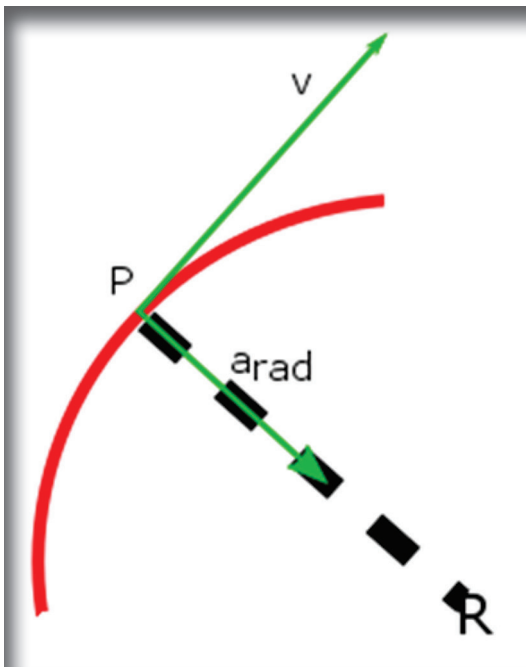


Figura 3. En una trayectoria circular la velocidad es tangente al radio de curvatura y la aceleración siempre apunta al centro del círculo de forma radial.

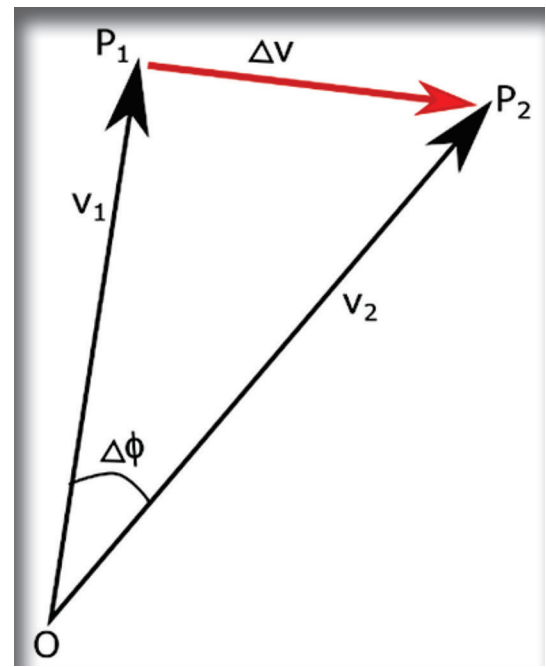


Figura 5. Diagrama del resultado de la suma de los vectores velocidad.

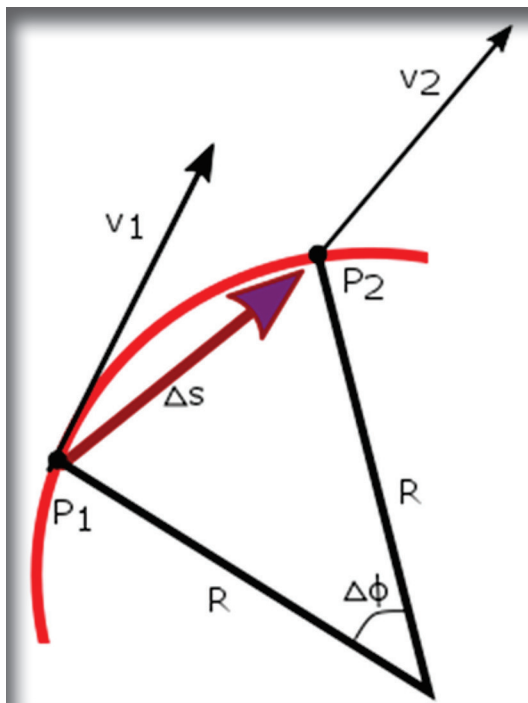


Figura 4. Diagrama de la velocidad de un vehículo en los puntos P_1 y P_2 en una trayectoria circular.

en el punto, P_2 . También se puede observar que estos vectores velocidad están fuertemente ligados al radio del círculo que marca la trayectoria del vehículo.

Si nosotros tomamos la distancia entre P_1 y P_2 muy pequeña,

entonces el segmento de arco del círculo se puede igualar a una línea recta², lo que la distancia entre P_1 y P_2 sería igual al Δs . Y en términos vectoriales ese Δs sería igual a un Δv si sumamos los vectores velocidad (figura 5).

Esta observación nos permite asegurar que geométricamente es correcto establecer que

$$\frac{|\Delta v|}{v_l} = \frac{\Delta s}{R}$$

O bien

$$|\Delta v| = \frac{v_l}{R} \Delta s$$

Si dividimos el término Δv entre el tiempo, para así obtener datos de aceleración, tendríamos que

$$a_{rad} = \frac{|\Delta v|}{t} = \frac{v_l}{R} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Ya que el término $\Delta s/\Delta t$ nos habla del cambio de distancia en un determinado tiempo y eso lo conocemos como velocidad, y ya que solo tenemos una

² Recordemos que todo segmento de curva es una línea recta.

velocidad en las ecuaciones no tiene caso diferenciarla como v_I , sino simplemente como v , nos queda:

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} \quad (7)$$

Que es la expresión para la aceleración de un vehículo que tiene una trayectoria circular.

Rapidez máxima a la que se puede recorrer una trayectoria circular

Finalmente terminaremos esta sección deduciendo formalmente la ecuación que describe la rapidez máxima con la que un vehículo puede realizar una trayectoria circular sin derrapar (caso de curva sin peralte).

El diagrama de cuerpo libre de un vehículo que estuviera recorriendo la trayectoria de la figura 2 tendría la siguiente distribución de fuerzas (figura 6):

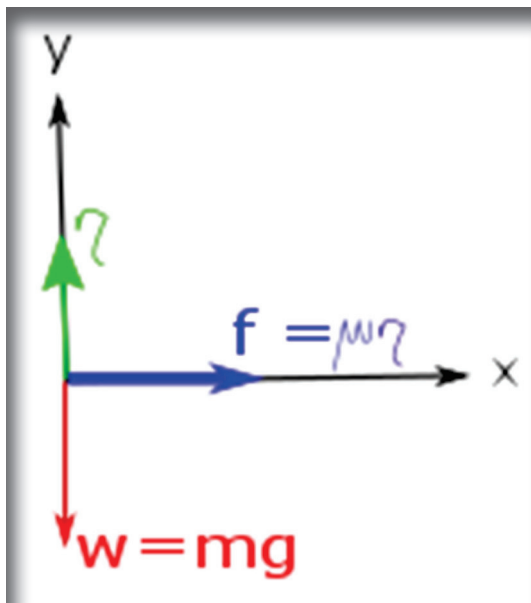


Figura 6. Diagrama de cuerpo libre de un vehículo que viaja en una trayectoria circular.

En este diagrama de cuerpo libre se puede observar que hay un equilibrio de fuerza entre el peso (hacia abajo) y la fuerza normal (hacia arriba) como normalmente pasa, sin embargo, solo la fuerza de fricción impide que el vehículo derrape y esta se presenta una fuerza en dirección de la aceleración radial (hacia el centro del círculo).

Analizando las componentes de las tres fuerzas que aparecen en este diagrama tendemos que

F	$\emptyset$	F_x	F_y
w	270°	$w \cos 270 = 0$	$w \sin 270 = -w$
η	90°	$\eta \cos 90 = 0$	$\eta \sin 90 = \eta$
f	0°	$f \cos 0 = f$	$f \sin 0 = 0$

Tabla 1. Análisis de las componentes de la fuerza.

De la tabla 1 se puede observar que

$$\sum F_x = f$$

Y que

$$\sum F_y = \eta - w = 0$$

Lo que da que

$$\eta = w$$

En el caso de

$$\sum F_x = f$$

Se sabe que por la segunda ley de Newton $\sum F = ma$, pero ya que la trayectoria es circular se reemplaza la aceleración lineal por la aceleración radial (ecuación 7), dando

$$\sum F_x = f = mv^2/R$$

La máxima rapidez se va a lograr en el momento de que la fricción sea la máxima fuerza imperante en el sistema, en otras palabras, $v_{m\acute{a}x}$ existe cuando

$$f_{m\acute{a}x} = \mu_s \eta = \mu_s mg$$

Si igualamos esta fuerza de fricción máxima con la equilibrada con la segunda Ley de Newton se tendría

$$\mu_s mg = m \frac{v_{m\acute{a}x}^2}{R}$$

Despejando de esta ecuación la rapidez máxima, finalmente se obtiene que

$$v_{m\acute{a}x} = \sqrt{\mu_s g R} \quad (8)$$

En esta fórmula aparece el coeficiente de fricción estática (μ_s), y no el cinético ya que la fricción debe estar en equilibrio con el movimiento para no derrapar,

eso significa que necesitamos los parámetros de la fricción antes de que exista movimiento contrario a esta fuerza de fricción (derape).

APLICACIÓN

Hasta ahora contamos con 8 expresiones matemáticas (6 para movimiento rectilíneo con aceleración constante y 2 para movimiento circular uniforme), en su conjunto es la estructura matemática básica para poder aplicar el método de vías de forma eficiente.

Ya que este método se basa en utilizar el valor de la rapidez máxima que se puede tener en una trayectoria circular como rapidez de referencia (o rapidez inicial), en la práctica se debe de buscar los puntos donde los vehículos tengan trayectorias circulares y a partir de ahí reconstruir la dinámica de velocidades de la calle.

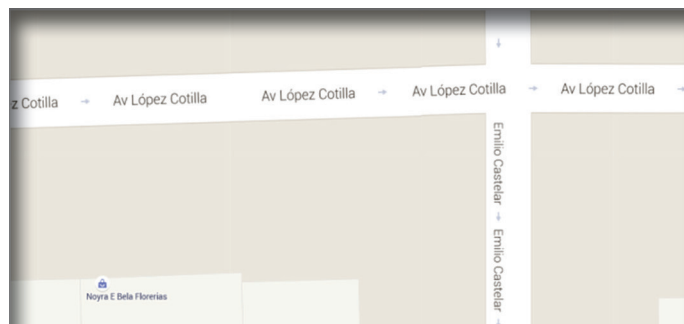


Figura 7. Cruce de la calle López Cotilla y Emilio Castelar. Ambas son de un solo sentido.

La figura 7 muestra en vista de pájaro, el cruce entre la calle de López Cotilla y Emilio Castelar. Si queremos determinar la posible rapidez que tendría un vehículo que circulara por López Cotilla y girara por Emilio Castelar con la máxima rapidez posible (sin meter freno en ningún momento y sin derrapar) y analizar esa rapidez a los 100 metros después de salir de la curva (cuando circula por Emilio Castelar), debemos de determinar primeramente por cuantas vías puede circular el vehículo y después cuales son los radios de curvatura de cada vía.

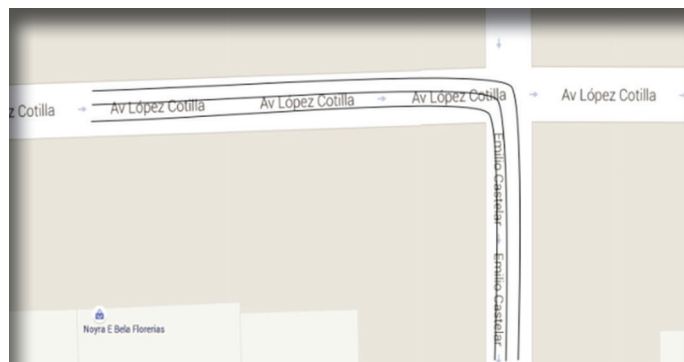


Figura 8. Ejemplo de las tres vías por donde puede circular una motocicleta en una calle de dos carriles.

La calle de López Cotilla y Emilio Castelar son de un solo sentido y tienen dos vías habilitadas para automóviles, sin embargo, una motocicleta también puede tomar el carril central, lo que le

habilita una tercera vía. Nosotros resolveremos para este último caso (figura 8).

Ya que establecimos la existencia de tres vías, lo siguiente es determinar el radio de curvatura de cada vía (figura 9).

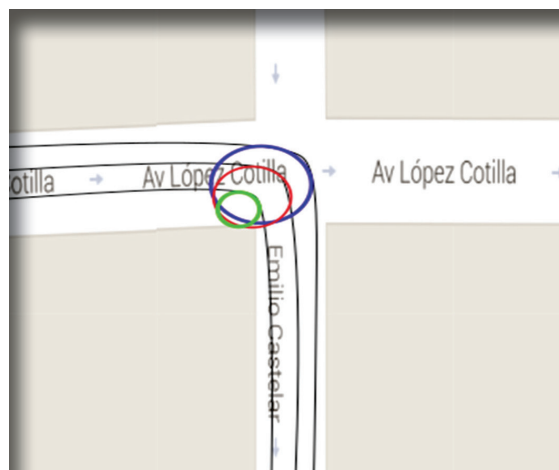


Figura 9. Determinación del radio de curvatura de las tres posibles vías de circulación de la motocicleta.

La figura 9 muestra los círculos asociados a cada vía. Con ayuda de la herramienta de medición de Google Earth se obtienen los siguientes radios: el círculo azul tiene un radio de 10 m, el círculo rojo tiene un radio de 3.5 m y el círculo verde tiene un radio de 1.2 m.

Aplicando la ecuación 8, determinamos la rapidez máxima con la que se puede tomar cada curva sin derrapar. Los valores de las constantes dentro de esta ecuación son

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \mu_s = 0.85$$

Para la vía que tiene como trayectoria circular la marca azul se tiene que $R = 10 \text{ m}$, por lo que

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\mu_s g R}$$

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{(0.85)(9.81)(10)}$$

$$v_{\text{máx}} = 9.31 \text{ m/s} = 32.87 \text{ km/hr}$$

Para la vía que tiene como trayectoria circular la marca roja se tiene que $R = 3.5 \text{ m}$, por lo que

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\mu_s g R}$$

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{(0.85)(9.81)(3.5)}$$

$$v_{\text{máx}} = 5.4 \text{ m/s} = 19.44 \text{ km/hr}$$

Para la vía que tiene como trayectoria circular la marca verde se tiene que $R = 1.2$ m, por lo que

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g R}$$

$$v_{\max} = \sqrt{(0.85)(9.81)(1.2)}$$

$$v_{\max} = 3.16 \text{ m/s} = 11.39 \text{ km/hr}$$

Esta es la rapidez máxima con que la motocicleta puede tomar cada una de estas curvas sin derrapar. Dado que los radios de curvatura son pequeños, podemos considerar que el movimiento circular fue uniforme, eso significa que, dado que no hay cambio de rapidez, la rapidez de salida es la misma que con la que entro en la curva. Esto último es muy importante ya que esos datos de rapidez de salida los utilizaremos como datos de rapidez inicial para inferir el movimiento en línea recta (en el espacio de tiempo cuando la aceleración es constante) dentro de las ecuaciones de velocidad final para movimientos con aceleración constante (ecuación 6).

Inferir los valores de rapidez hacia el sentido contrario a la circulación (en este caso sobre la calle de López Cotilla) es verdaderamente difícil, y los datos más allá de algunos metros no tienen validez física, sin embargo, tampoco son muy importantes ya que siempre nuestra zona de interés se encontrará debajo de la curva (en sentido de la circulación).

Para determinar la rapidez que tiene la motocicleta a los 100 metros después de salir de la curva, utilizamos la ecuación 6 en su forma despejada

$$v = \sqrt{v_o^2 + 2a(x - x_o)}$$

En esta ecuación el término $x - x_o$ describe la distancia que se desplaza la motocicleta ($x=100$ m, $x_o=0$); v_o es la rapidez inicial con la que la motocicleta comienza a recorrer la calle y la que corresponde a la rapidez de salida que la motocicleta tenía al salir la curva.

La aceleración corresponde a aquella que tiene la motocicleta según las características específicas de diseño³ (que vamos a suponer es una motocicleta Kawasaki-Z750), que en nuestro caso corresponde a 0.256 m/s^2 .

Si la motocicleta recorrió la vía de trayectoria circular azul; su rapidez a los 100 m de recorrido en línea recta es

$$v = \sqrt{v_o^2 + 2a(x - x_o)}$$

$$v = \sqrt{9.13^2 + 2(0.256)(100)}$$

$$v = 11.6 \text{ m/s} = 41.76 \text{ km/hr}$$

Si la motocicleta recorrió la vía de trayectoria circular roja; su rapidez a los 100 m de recorrido en línea recta es

$$v = \sqrt{v_o^2 + 2a(x - x_o)}$$

$$v = \sqrt{5.4^2 + 2(0.256)(100)}$$

$$v = 8.96 \text{ m/s} = 32.27 \text{ km/hr}$$

Si la motocicleta recorrió la vía de trayectoria circular verde; su rapidez a los 100 m de recorrido en línea recta es

$$v = \sqrt{v_o^2 + 2a(x - x_o)}$$

$$v = \sqrt{3.16^2 + 2(0.256)(100)}$$

$$v = 7.82 \text{ m/s} = 28.16 \text{ km/hr}$$

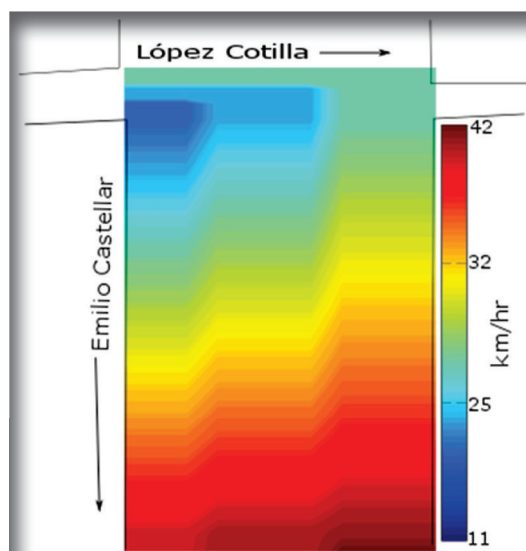


Figura 10. Mapa de rapidez obtenido por el método de vías.

La figura 10 muestra un mapa de la rapidez de la motocicleta cada 1 m y hasta los 100 m, utilizando el método de vías. Esta imagen nos muestra de forma clara el mapeo de la posible rapidez máxima que puede tener el vehículo 100 m después de salir de la curva, lo que nos permite tener una referencia inicial a la hora de analizar la dinámica dentro de un hecho de tránsito terrestre.



3 Este dato se puede revisar en los MANUALES DE USUARIOS de los vehículos a analizar.

CONCLUSIONES

El método de vías nos permite

- 1.- analizar el lugar de los hechos y generar una primera imagen que nos habla del panorama general de rapidez presente en un percance.
- 2.- establecer los valores de frontera máximos dentro de los cuales deben de caer los valores obtenidos por otros medios.
- 3.- comenzar los análisis de forma previa, aún antes de salir a realizar mediciones a campo.
- 4.- generar una imagen de un panorama extremo sin necesidad de recurrir a los testimonios.

BIBLIOGRAFIA UNICA

Sears, F.W., Zamansky, M.W., Young, H.D. & Freedman, R.A. (1999) Física Universitaria. Volumen 1. Ed. Pearson Educación. EUA. 664 pp.

